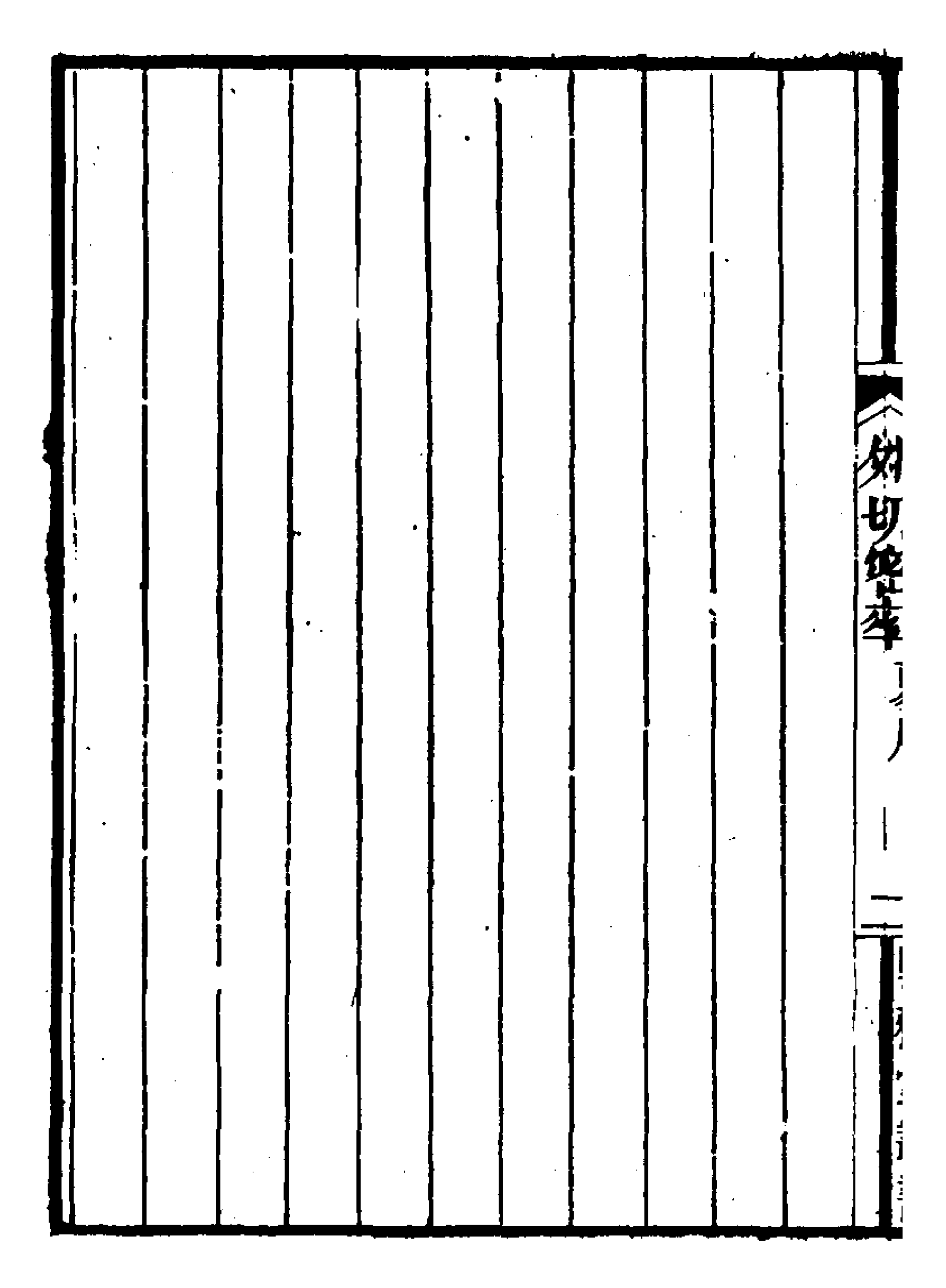
求表捷術

方圓率不相通通之以極細分通弦杜氏捷術簡術方立董氏申其意吾師梅侶項先生滙其全秋紉李君又𣏌弧矢啟祕而術乃大備杜術先以本數比例後以用數入之李術先定率數乘除後以本數入之究其指歸實出一理所惜者杜氏有弦矢術無切割術李氏有其術而分母分子之源未經解釋欲依杜氏例釋之罕有得其通者顧弦矢與切割本可互為比例弦矢二綫之實數本弦矢率率數而生是弦矢率可當弦矢綫也綫可比例率豈不可比例惟用率內諸率各自為率必須累次乘除且必令切割率分母同於弦矢率分母乃驗所得分子為切割率分子

每得一分子卽爲一次乘法乘法可變而除法不可變於是以比例所得之率數乘除法乘除弧背其求得之數必仍爲比例所得之切割矣爻執戴鄂士先生本此意以立術可謂渺慮凝思無幽不燭尤妙者爲餘弧求切割二術蓋弦矢綫聯于圓中任極大不能至弧背三之二切割線出于圓外若將近九十度切割之大殆有無量數求至數十數後諸數之差甚微萬不能降至單位以此二術濟其窮則三率餘弧之小可至纖微除二率半徑得一率爲第一數亦可大至無量數而難者反易矣析理之精固如是乎昔吾師嘗以弧分不通切割爲憾若見此術解必且

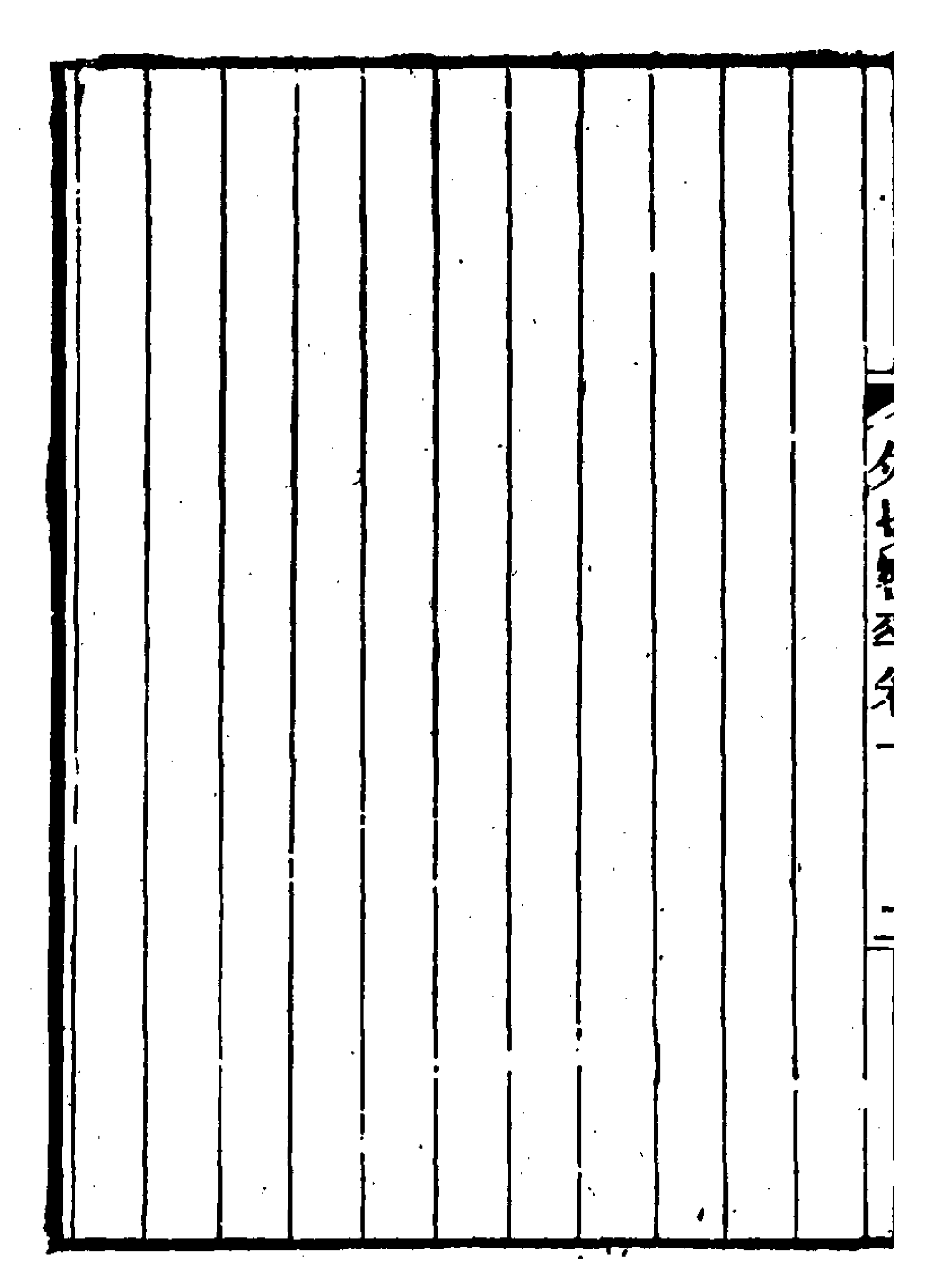
狂喜鼓舞不能已已惜哲人云萎先生之孤詣苦心不及欣賞展讀是編不禁師門之痛也丙辰初冬愚姪夏鸞翔拜題



新法推步必資八線求八線必資六宗三要二簡法而布算綦繁且無徑求之術自泰西杜氏德美以連比例九術入中國而割圓之法始簡顧其術但能求弦矢而不能求切割二線鈞卿徐氏有切線弧背互求二術而于割線尚未全也閒嘗與梅侶項先生議及欲補全之深思累年始悟連比例率旣可互相乘除自可互相比例則借求弦矢諸術變通之而求切割二線諸術靡不在是矣因推衍數術以呈先生而先生以未有術解爲嫌于是更爲術解以取徑迂回深慮言難達意又復累年始竟錄未及半而先生遽歸道山無可印證用是嗒焉神喪輒棄置不復道至

去歲獲交海昌壬叔李君以所著對數探源弧矢啟祕見示其對數探源與予對數簡法後一術殊途同歸而弧矢啟祕則用尖堆立算別開生面兼有割線諸術特未及餘弧耳緣出予未竟殘稾請正而壬叔頗賞予餘弧與切割二線互求之術再四促成今歲又寄札詢及遂謝絕緐冗扃戶鈔錄閱月乃竟嗟乎及朋之助曷可少哉記曩演四元玉鑑細草十餘載或作或輟迄未成書得吉甫王君屢次迫促始克告竣茲非壬叔之勸成則以予之懶散必至廢擱以終其身雖立術猥瑣不足道而一時精神所寄亦可惜也特他日止能質之壬叔而無復能質之梅侶先生

不無遺憾耳咸豐壬子中秋錢唐戴煦鄂士識于友
棊書屋



外切密率

例言

一兹編推纂杜氏九術而補其未備以弦矢二綫容于圓內切割二綫出于圓外故名曰外切密率至杜氏術解則已闡發于明靜庵氏董方立氏不復重贅

一算理最爲深晦解釋頗難曉暢　國初定九梅氏著述各種每拈一義抉一旨靡不委曲詳盡務令閱者豁然極可奉爲準則竊嘗慕效之故縷晰條分演說重復亦欲窮其義蘊而後已不以辭費爲嫌也

一割圜用連比例率本屬無窮無盡茲但截演數率以明遞推之例蓋推得數率而知此數率中之正負若何以及分母之遞加若何分子之乘除若何皆有一定之例而不可紊既得一定之例則舉而推之千百率而此千百率之正負母子莫不可見矣故術中或推至十率或十一率非謂連比例盡于此也特截演以起例耳

一凡連比例各率相乘其率數可變通假加有相連比例自一率至五率其二率自乘一率除之得三率故二率乘二率亦可云一率乘三率或云三率乘一率其二三率相乘一率除之得四率故二

率乘三率亦可云一率乘四率其三率自乘一率除之得五率或二率除之得四率故三率乘三率亦可云一率乘五率或云二率乘四率茲于各率相乘之後視除法之首位起幾率即命為幾率所乘如除法首位起一率則本二率乘二率者命為一率乘三率本二率乘四率者命為一率乘五率餘可類推所以便除也

一割圜用連比例率均屬零分其分母漸加漸多似可并為一母而實不可并如云二分又三分之一并之可云六分之一以二三相乘得六也如云二分又三分又四分又五分之一并之亦可云一

百二十分之一以二三四五疊乘得一百二十也然幷之則挨次遞求之例反隱而不顯矣故不得云六分之一而必曰二三分之一不得云一百二十分之一而必曰二三四五分之一

一割圓各率之分母分子大者似可約之而小而實不可約如云二分又三分之二約之可云三分之一然遞求之分母必挨次遞加方可推至多率此率可約彼率不可約則分母紊亂而無能自數率而推至千百率矣故不得云三分之一而必曰二三分之二

一凡求分子之乘除似有可省者而實不可省如

云一乘或云兩次一乘或既用三除復用三乘用
四乘復用四除似均可省矣然遞求非此不明若
悉從省則挨次之例反晦矣故入算時可省而立
術時不可省

一凡各率既屬零分則分母分子最易雜糅茲于
分母用一二三四五等字於分子用天元算式庶
母子釐然而不混矣天元算式者其自一至九則
作𝍠𝍡𝍢𝍣𝍤𝍥𝍦𝍧𝍨凡自百而萬而百萬皆
同此式其自一十至九十則作𝍩〇𝍪〇𝍫〇𝍬〇𝍭〇𝍮〇𝍯〇
𝍰〇𝍱〇凡自千而十萬而千萬並同此式若係負算
于式之末位加丶

一凡言算者或但明其術而不及于數故有其術而不適於用者有之茲每立一術必坿算式于後非敢謂必適于用也特欲藉以驗其數之合與否而已

一凡坿算式必取其極繁重者如弧背求切線其三十度以內用本弧求切線術則求三十度之切線爲最繁重其三十度以外用餘弧求切線術亦求三十度之切線爲最繁重故算式俱係求三十度切線其弧背求割線以及切割二線求弧背諸術並同此例

一借線求弧凡諸線皆可借茲于切線惟借距弧

切線于割線惟借半弧切線三率及倍弧割線者以此數線均可比例而得若借他線或須開方布算較煩故置不用且借此數線已足敷求弧之用矣

外切密率目錄

卷之四

外切密率卷之一

本弧求切線

術曰先求各率分子爲遞次乘法　以二爲數根即爲第一乘法　置前數根加二得四爲數根置前乘法四五遞乘之一二遞除之得二十爲初減數數根減初減得十六爲第二乘法　置前數根加二得六爲數根置前初減六七遞乘之三四遞除之得七十爲初減數置前乘法六七遞乘之一二遞除之得三百三十六爲次減數數根減初減得六十四再減次減得二百七十二爲第三乘法　置前數根加二得八爲數根置前初減八九遞乘之五六遞除之得一

百六十八爲初減數置前次減八九遞乘之三四遞除之得二千〇十六爲次減數置前乘法八九遞乘之一二遞除之得九千七百九十二爲三減數數根減初減得一百六十再減次減得一千八百五十六再減三減得七千九百三十六爲第四乘法　凡數根均起各耦數其求各減數則用耦奇二數乘而逐次乘法遞加（如第二乘法用四五乘第三乘法六七乘）再用奇耦二數除而挨次減數遞降（如第三乘法初減用三四除次減一二除）乘法降一位則多一減如是遞求得各率分子卽爲遞次乘法

乃以本弧弧分爲第一數　次以半徑爲連比例一率弧分爲二率二率自乘一率除之得三率置第一

數以三率乘之一率除之得四率二三遞除之爲六率用數以第一乘法乘之爲第二數　次置六率用數以三率乘之一率除之得六率四五遞除之爲八率用數以第二乘法乘之爲第三數　次置八率用數以三率乘之一率除之得八率六七遞除之爲十率用數以第三乘法乘之爲第四數　次置十率用數以三率乘之一率除之得十率八九遞除之爲十二率用數以第四乘法乘之爲第五數　如是遞求至單位下以諸數相幷得切線

解曰凡以餘弦爲小股正弦爲小句半徑爲大股則正切線爲其大句故以一率半徑乘弧背求正

弦各率分數以弧背求餘弦各率分數除之卽得弧背求切線各率分數

如圖甲乙爲本弧甲丙爲象限乙丙爲餘弧丁甲爲所求本弧切線乙戊爲正弦已戊爲餘弦已甲類爲半徑以已戊小股比乙戊小句若已甲大股與丁甲大句

一率　小股　弧背求餘弦各率分數

二率　小句　弧背求正弦各率分數

三率　大股　一率半徑

四率　大句　本弧求切線各率分數

依泰西杜氏演得弧背求正弦各率分數爲二率一少四率一分又二分又三分之一一分又二分又三分之一分即六分之一蓋一二三疊乘即六也茲求切線率分其分母不可合并故不曰六分之一而曰一分又二分又三分之一多六率一分又二分又三分又四分又五分之一即一百二十分之一以一二三四五疊乘即一百二十也少八率一分又二分又三分又四分又五分又六分又七分之一即五千〇四十分之一多十率一分又二分又三分又四分又五分又六分又七分又八分又九分之一即三十六萬二千八百八十分之一原求各線率分數本無盡茲截五位以見例演得弧背求正矢各率分數爲三率一二分之一即一分又二分

之一茲從省文少五率一二三四分之一卽一分又二分又三分又四分

之一茲從省文多七率自一至六分之一卽一分又二分又三分又四分

又五分又六分之一茲從省文以下均倣此少九率自一至八分之一

以弧背求正矢各率分數減一率半徑得弧背求餘弦各率分數爲一率一少三率一二分之一多五率一二三四分之一少七率自一至六分之一多九率自一至八分之一也

推演本弧求正切線總圖

乘十
一二三四五六七八九

一二三四五六七八

九乘

一二三四五六
一二三

一二三除
七八九乘

一二三四
一二三四五

一二三四五除
五六七八九乘

一二
一二三四五六七

一二三四五六七除
三四五六七八九乘

一二三四五六七八九

如圖先置弧背求正弦各率分數以一率半徑乘

一乘三

一乘四
一二三

一乘六
一二三四五

一乘八
一二三四五六七

一層初商實

二層初商乘法式

三層初商同母式

四層次商實

五層次商乘法式

六層次商同母式

七層三商實

八層三商乘法式

九層三商同母式

十層四商實

十一層四商乘法式

十二層四商同母式

十三層五商實

十四層五商乘法式

之所得如首層爲一率乘二率一少一率乘四率一二三分之一多一率乘六率自一至五分之一少一率乘八率自一至七分之一多一率乘十率自一至九分之一爲乘得數便爲初商實乃以餘弦各率分數除之置初商實首位一率乘二率一以除法首位一率一約之得二率一即爲初商乃以二率一乘除法所得如二層一率乘二率一少一率乘四率一二分之一本屬二率乘三率而二三率相乘即一四率相乘多一率乘六率一二三四分之一本屬二率乘五率即一率乘六率以下同此例少一率乘八率自一至六分之一多一率乘十率自一至八分之一爲初商乘法式應減

	二率乘一率	四率乘一率	六率乘一率	八率乘一率	十率乘一率
首層	丨	一二三 卜	一二三四五 丨	一二三四五六七 卜	一二三四五六七八九 丨
次層	丨	一二 卜	一二三四 丨	一二三四五六 卜	一二三四五六七八九 丨
三層	〇	三乘 卌	五乘 卌	七乘 仆	九乘 川
四層		〢	卌	丁	爪

初商實其首位一率乘二率一相減却盡其一率乘四率則原實分母係一二三而初商乘法式分母係一二應加三乘以同其母其一率乘六率原實分母係一二三四五乘法式分母係一二三四應加五乘其一率乘八率原實分母與乘法式相較應加七乘其一率乘十率相較應加九乘通計乘得如第三層少一率乘四率一二三分之三多一率乘六率自一至五分之五少一率乘八率自一至

七分之七多一率乘十率自一至九分之九為初商同母式既與初商實同母乃可相減矣其減餘數如第四層為一率乘四率一二三分之二少一率乘六率自一至五分之四多一率乘八率自一至七分之六少一率乘十率自一至九分之八為次商實分母同初商實故不重列但列分子

置次商實首位一率乘四率一二三分之二以除法首位一率一約之得四率一二三分之二即為次商以乘除法所得如第五層一率乘四率一二三分之二少一率乘六率一二分又一二三分之二一二分乃除法三率分母一二三分乃次商分母不可合并故別言之多一率乘

	一率乘四率	一率乘六率	一率乘八率	一率乘十率
四層	一二三 〢	一二三四五 卌	一二三四五六七 丁	一二三四五六七八九 冊
五層	一二三 〢	一二 一二三 卄	一二三四 一二三 〢	一二三四五六 一二三 卄
六層	〇	一二三除 三五四乘 七〇	一二三除 五六七乘 二〇	一二三除 七八九乘 卄冊
七層		一丁	〡卌	卄〇

八率一二三四分又一二三分之二少一率乘十率自一至六分又一二三分之二爲次商乘法式尚有四率乘九率一位以卽一率乘十二率而原實至十率而止故截去此後倣應減次商實其首位一率乘四率一二三分之二相減卻盡其一率乘六率則原實分母係一二三四五乘法式分母係一二分又一二三分應以一二三除之三四五乘之以同其母方可相減其一

一率乘八率原實分母係一二三四五六七乘法式

係一二三四分又一二三分應一二三除之五六七乘之其一率乘十率原實分母係一二三四五六七八九乘法式係一二三四五六分又一二三分應以一二三除之七八九乘之通計乘除得如第六層少一率乘六率自一至五分之二十多一率乘八率自一至七分之七十少一率乘十率自一至九分之一百六十八為次商同母式以減次商實其減餘數如第七層一率乘六率自一至五分之十六少一率乘八率自一至七分之六十四多一率乘十率自一至九分之一百六十為三商實

	一率乘六率	一率乘八率	一率乘十率
	一二三四五	一二三四五六七	一二三四五六七八九
七層	丅	[illegible]	[illegible]
		一二	一二三四
	一二三四五	一二三四五	一二三四五
八層	丅	丅	丅
	〇	一二三四五除 三四五六七乘	一二三四五除 五六七八九乘
九層		[illegible]	[illegible]
十層		[illegible]	[illegible]

置三商實首位一率乘六率自一至五分之十六以除法首位一率一約之得六率自一至五分之十六即爲三商以乘除法得第八層一率乘六率自一至五分之十六少一率乘八率一二分又自一至五分之十六多一率乘十率一二三四分又自一至五分之十六爲三商乘法式應減三商實其首位一率乘六率自一至五分之十六減盡其一率乘八率原實分母係一二三四五六七乘法式分母

係一二分又一二三四五分應以一二三四五除之三四五六七乘之以同其母其一率乘十率原實分母係一二三四五六七八九乘法式係一二三四分又一二三四五分應以一二三四五除之五六七八九乘之通計乘除得如第九層少一率乘八率自一至七分之三百三十六多一率乘十率自一至九分之二千〇十六以減三商實其減餘數如第十層爲一率乘八率自一至七分之二百七十二少一率乘十率自一至九分之一千八百五十六爲四商

置四商實首位一率乘八率自一至七分之二百

一率乘十率
一二三四五六七八九
十一層四商分母
一二
一二三四五六七
四商分母
一二三四五六七除
三四五六七八九乘
十二層商分母
十三層

一率乘八率
一二三四五六七
十層四商
一二三四五六七
十一層四商
十二層
十三層

七十二以除法首位一率一約之得八率自一至七分之二百七十二即爲四商以乘除法得第十一層一率乘八率自一至七分之二百七十二少一率乘十率一二分又自一至七分之二百七十二爲四商乘法式應減四商實其首位一率乘八率自一至七分之二百七十二減盡其一率乘十率原實分母係一二三四五六七八九乘法式分母係一二分又一二三四五七分分應以一二三四五六七除之三四五六七八九乘之

以同其母計乘除得如第十二層少一率乘十率自一至九分之九千七百九十二以減四商實其減餘數如第十三層為一率乘十率自一至九分之七千九百三十六為五商實

置五商實一率乘十率自一至九分之七千九百三十六以除法首位一率一約之得十率自一至九分之七千九百三十六即為五商以乘除法得第十四層一率乘十率自一至九分之七千九百三十六為五商乘法式以減五商實却盡通計求得本弧

十率 乘一率
一二三四五六七八九
十三層一率
一二三四五六七八九
十四層一率
〇

求切線各率分數為二率一又四率一二三分之

十率 一二三四五六七八九 五商
八率 一二三四五六七 四商
六率 一二三四五 三商
四率 一二三 次商
二率 一 初商

二又六率自一至五分之十六又八率自一至七分之二百七十二又十率自一至九分之七千九百三十六也

細審切線率分其分母與正弦率分同是其遞求各率之除法亦必與求正弦同而起二除三除繼以四除五除而遞加矣惟其各率分子則由逐次遞減而成當分別其遞減之所由來而後求分子之法可見乃由前圖去繁就簡爲第二圖其初商實分子均爲單一其初商同母式分子爲三五七九各奇數是逐率數根之所起均以各奇數減一矣而一

初商實分子	〡	〡	〡
初商同母式分子	[illegible]	[illegible]	[illegible]
根數　減餘數	[illegible]	[illegible]	[illegible]
初減數　次商同母式分子	一二三除 三四五乘 [illegible]	一二三除 五六七乘 [illegible]	一二三除 七九八乘 [illegible]
減餘數	[illegible]	[illegible]	[illegible]
次減數　三商同母式分子		一二三四五除 三四五六七乘 [illegible]	一二三四五除 五六七八九乘 [illegible]
減餘數		[illegible]	[illegible]
三減數　四商同母式分子			一二三四五六七除 三四五六七八九乘 [illegible]
減餘數			[illegible]

三相減得二卽爲第一分子其初減數卽次商同母式分子則皆生於第一分子之二六率初減爲一二三除三四五乘而三乘三除可相抵是一二除四五乘也八率初減亦一二三除而用五六七乘以較六率初減之乘除則除法均爲一二三惟乘法則多六七乘少三四乘是以六率初減三四除之六七乘之卽八率初減

矣其十率初減亦一二三除而用七八九乘以較八率初減除法亦同惟多八九乘少五六乘是以八率初減五六除之八九乘之卽十率初減矣而第一減餘十六卽爲第二分子其次減數（卽三商同母式分子）則皆生於第二分子之十六八率次減用一二三四五除三四五六七乘而三四五乘除可相抵是一二除六七乘也十率次減亦爲一二三四五除而用五六七八九乘以較八率次減其除法相同惟乘法則多八九乘少三四乘是以八率次減三四除之八九乘之卽十率次減也而第一減餘二百七十二卽第三分子其三減數（卽四商同母式分子）則

生於第三分子之二百七十二十率三減用一二三四五六七除三四五六七八九乘而三四五六七乘除可相抵是一二除八九乘也而減餘卽爲第四分子

五六除八九乘	三四除六七乘	一二除四五乘	
三四除八九乘	一二除六七乘		
一二除八九乘			

復由前圖變爲第三圖第一層爲初商實分子均爲單一第二層爲三五七九各率分子均起奇數減一第三層爲減餘卽數根其首位二爲四率分子卽第一乘法第四層爲初減數以第一乘法爲實一二除四五乘爲第一初減再加三四除

六七乘爲第二初減再加五六除八九乘爲第三初減通計其除法自一二而遞加其乘法則自四五而遞加第五層爲減餘其首位六率分子卽第二乘法第六層爲次減數以六率分子爲實一二除六七乘爲第一次減再加三四除八九乘爲第二次減通計其除法亦自一二而遞加其乘法則自六七而遞加第七層爲減餘其首位八率分子卽第三乘法第八層三減數以八率分子爲實一二除八九乘爲第一二三減計其除法亦起一二其乘法則起八九雖圖止十率而遞加之例已可類推也而第九層減餘卽四乘法細按初減二減三

減迭次乘除之例橫豎視之皆秩然而不紊則自二率至十率既然而自十率至千百率亦莫不皆然惟各率自爲分子非如弦矢求弧背之分子可以累次加乘而得故必先按分母逐率遞除爲各率用數而後以各分子爲乘法乘之此本弧求切線立法之所由來也

餘弧求切線

術曰先求各率分子為遞次乘法 以二為數根又為第一乘法 三乘前數根以四乘二除得十二為數根三乘前乘法四五遞乘之二三遞除之得二十為初減數數根減初減得八為第二乘法 置前數根六乘四除得十八為數根置前初減六七遞乘之四五遞除之得四十二為初減數置前乘法六七遞乘之二三遞除之五十六為次減數數根減初減得二十四再減次減得三十二為第三乘法 五乘前數根八乘六除得一百二十為數根五乘前初減八九遞乘之六七遞除之得三百六十為初減數五乘

前次減八九遞乘之四五遞除之得一千〇〇八為次減數五乘前乘法八九遞之二三遞除之得一千九百二十為三減數數根減初減得二百四十再減次減得七百六十八再減三減得一千一百五十二為第四乘法　置前數根十乘八除得一百五十為數根置前初減十與十一遞乘之八九遞除之得五百五十為初減數置前次減十與十一遞乘之六七遞除之得二千六百四十為次減數置前三減十與十一遞乘之四五遞除之得一萬〇五百六十為三減數置前乘法十與十一遞乘之二三遞除之得二萬一千一百二十為四減數數根減初減得四百再

減次減得二千二百四十再減三減得八千三百二十再減四減得一萬二千八百為第五乘法　凡數根起於相連兩耦數挨次一乘一除（如第二乘法四乘二除第三乘法六乘四除）又間位加一奇數乘（如第二乘法三乘前數根第四乘法五乘前數根）其求各減數則用耦奇二數乘而逐次乘法遞加（如第三乘法用六七乘第四用八九乘）再用耦奇二數除而逐次減數遞降（如第二乘法次減用四五除三減二三除）亦間位加一奇數乘（如第二乘法三乘前乘法第四乘法五乘前初減并前次減及前乘法）乘法降一位則多一減如是遞求得各率分子卽為遞次乘法

乃以半徑為連比例二率本弧減象限得餘弧弧分為三率二率自乘三率除之得一率為第一數正

次置三率餘弧二三遞除之爲五率用數第一乘法乘之爲第二數負　次以三率自乘二率除之得四率於是三除五率用數四率乘之二率除之得五率四五遞除之爲七率用數第二乘法乘之爲第三數負　置七率用數四率乘之二率除之得七率六七遞除之爲九率用數第三乘法乘之爲第四數負五除九率用數四率乘之二率除之得九率八九遞除之爲十一率用數第四乘法乘之爲第五數負置十一率用數四率乘之二率除之得十一率十與十一遞除之爲十三率用數第五乘法乘之爲第六數負　凡逐數除用耦奇二數再用各奇數間一數

除之（如三除五率用數五除九率用數）第一數為正第二數以下均為負如是遞求至單位下乃置第一正數以并諸負數減之得切線

凡將近九十度其切線極大僅以弧背為第一數挨次遞加數屬難合茲術本弧愈大則餘弧愈小餘弧愈小則所得之第一數乃愈大故求之反易可以濟本弧求切線之窮不可不備其本弧求割線後有餘弧求割線一術亦同此義

解曰凡餘弧正弦為小股餘弧餘弦為小句半徑為大股則切線為其大句故以半徑乘弧背求餘弦各率分數以弧背求正弦各率分數除之即得

餘弧求切線各率分數

如圖甲乙爲本弧甲丙爲象限乙丙爲餘弧丁甲爲所求本弧切線庚乙與己戊同爲餘弧正弦庚己與乙戊同爲餘弧餘弦己甲類爲半徑以己戊小股（即庚乙）比乙戊小句（即庚己）若己甲大股與丁甲大句

一率　小股　弧背求正弦各率分數

二率　小句　弧背求餘弦各率分數

三率　大股　半徑

四率　大句　餘弧求切線各率分數

凡餘弧求切線其法實均須改率數何也餘弦首位爲一率一以一率半徑乘之則初商實首位爲一率乘一率而除法首位係二率則初商爲一率自乘二率除之之數尚在一率半徑之前一率故須改半徑爲二率弧分爲三率則初商可爲一率是正弦餘弦各率分數以及半徑均須降一率命之

其餘弦率分又須添分母何也初商實分母即餘弦分母起第二位之二而除法正弦分母起第二位之二三故餘弦各須添一奇數分母使不至小於除法分母入算時方不必變初商實猶未也凡

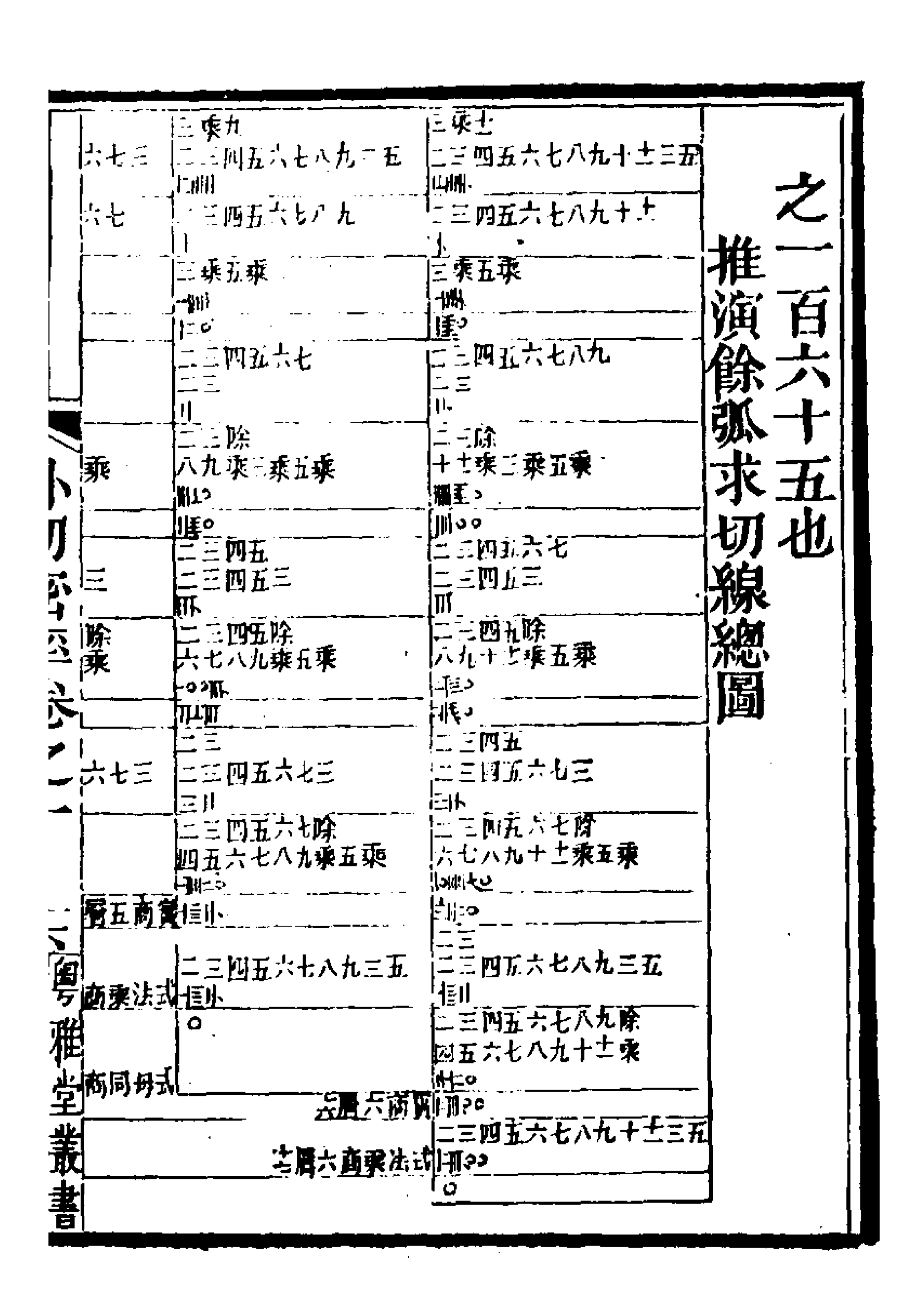
求餘弧求切線率分其逐率乘除求分子而逢奇數大率不受除故自第三位以下須加分母三第五位以下須加分母五庶分子不至奇零（七位以下可類推）

通計改得半徑爲二率正弦爲三率一少五率二三分之一多七率二三四五分之一少九率自二至七分之一多十一率自二至九分之一少十三率自二至十一分之一（此截六位以下倣此見例）

餘弦改得二率一少四率二三分之二多六率二三四五分又三分之十五少八率自二至七分又三分之二十一多十率自二至九分又三分又五分之一百三十五少十二率自二至十一分又三分又五分

之一百六十五也

推演餘弧求切線總圖



如圖置弧背求餘弦率分以二率半徑乘之所得

如首層二率乘一率一係二率乘二率即三率乘少三率乘一率以除法首位係三率故改爲三率乘下倣此

六七八九十十一

六七八九十十一

一層初商實

二層初商乘法式

三層初商同母式

四層次商實

五層次商乘法式

六層次商同母式

七層三商實

八層三商乘法式

九層三商同母式

十層四商實

十一層四商乘法式

十二層四商同母式

十四層

十五層

三乘 | 三乘三 | 三乘五 | 三乘七

二三四五 | 三乘 | 二三除 | 四五乘三乘 | 六七乘三 | 四五六七

十一率乘三率	九率乘三率	七率乘三率	五率乘三率	三率乘三率	一率乘三率
二三四五 三 五	二三四五六七八九 三 五	二三四五六七 三	二三四五 三	二三	
二三四五	二三四五六七八九	二三四五六七	二三四五	二三	
三乘五乘	三乘五乘	三乘	三乘		

三率二三分之三多三率乘五率二三四五分又三分之十五少三率乘七率自二至七分又三分之二十一多三率乘九率自二至九分又三分又五分之一百三十五少三率乘十一率自二至十一分又三分又五分之一百六十五爲乘得數便爲初商實以弧背求正弦率分爲法除之置初商實首位三率乘一率一以除法首位三率一約之得一率一卽爲初商以乘除法所得如次層三率乘一

原層層首次三四率一少三率乘三率二三分之一多三率乘五率二三四五分之一少三率乘七率自三至七分之一多三率乘九率自二至九分之一少三率乘十一率自二至十一分之一爲初商乘法式應減初商實其首位三率乘一率一減盡其三率乘三率分母相同其三率乘五率與三率乘七率則原實分母多三分應加三乘其三率乘九率與三率乘十一率則原實分母多三分又五分應加三乘又五乘通計乘得如第三層三率乘五率二三四五分又三分之三少三率乘七率自二至七分又三分之三多三率乘九率自二至九分

又三分又五分之十五少三率乘十一率自二至十一分又三分又五分之十五爲初商同用式內加少三率乘三率二三分之一以減初商實其減餘如第四層少三率乘三率二三分之二多三率乘五率二三四五分又三分之十二少三率乘七率自二至七分又三分之十八多三率乘九率自二自九分又三分又五分之一百二十少三率乘十一率自二至十一分又三分又五分之一百五十爲次商實

置次商實首位少三率乘三率二三分之二以除法首位三率一約之得少三率二三分之二即爲

三率乘十一率	三率乘九率	三率乘七率	三率乘五率	三率
二三四五六七八九十十一 三 五	二三四五六七八九 三 五	二三四五六七 三	二三四五 三	
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
二三四五六七八九 二三 [illegible]	二三四五六七 二三 [illegible]	二三四五 二二 廿	二三 二二 [illegible]	
二三除 十十一乘 三乘五乘 [illegible]	二三除 八九乘 三乘五乘 [illegible]	二三除 六七乘 三乘 [illegible]	二三除 四五乘 三乘 二〇	
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	

次商以乘除法所得如第五層少三率乘三率二三分之二多三率乘五率二三分又二三分之二少三率乘七率二三四五分又二三分之二多三率乘九率自二至七分又二三分之二少三率乘十一率自二至九分又二三分之二爲次商乘法式應減次商實其首位三率乘三率二三分之二減盡其三率乘五率則次商實分母係二三四五分又三分乘法分母係二

乘三　三率二一　廿一　四層　二三　廿　五層　六層　七層

三分又二三分應以二三除之四
五乘之又三乘之以同其母其三
率乘七率原實分母係自二至七分又三分乘法
式分母係二三四五分又二三分應以二三除之
六七乘之又三乘之其三率乘九率原實分母係
自二至九分又三分又五分乘法式係自二至七
分又二三分應以二三除之八九乘之又三乘之
五乘之其三率乘十一率原實分母係自二至十
一分又三分又五分乘法式係自二至九分又二
三分應以二三除之十與十一乘之又三乘之五
乘之通計乘除得如第六層三率乘五率二三四

五分又三分之二十少三率乘七率自二至七分又三分之四十二多三率乘九率自二至九分又三分又五分之三百六十少三率乘十一率自二至十一分又三分又五分之五百五十以減次商實其減餘如第七層少三率乘五率二三四五分又三分之八多三率乘七率自二至七分又三分之二十四少三率乘九率自二至九分又三分又五分之二百四十多三率乘十一率自二自十一分又三分又五分之四百爲三商實

置三商實首位少三率乘五率二三四五分又三分之八以除法首位三率一約之得少五率二三

層	三率乘五率	三率乘七率	三率乘九率	三率乘十一率
七層	二三四五 二 [illegible]	二三四五六七 三 [illegible]	二三四五六七八九 三 五 [illegible]	二三四五六七八九十十一 三 五 [illegible]
八層	[illegible] 二三四五 三 [illegible]	二三 二三四五 三 [illegible]	二三四五 二三四五 三 [illegible]	二三四五六七 二三四五 三 [illegible]
九層	〇	二三四五除 四五六七乘 [illegible]	二三四五除 六七八九乘 五乘 [illegible]	二三四五除 八九十十一乘 五乘 [illegible]
十層		[illegible]	[illegible]	[illegible]

四五分又三分之八即爲二商以乘除法所得如第八層少三率乘五率二三四五分又三分之八多三率乘七率二三分又二三四五分又三分之八少三率乘九率二三四五分又二三四五分又三分之八多三率乘十一率自二至七分又二三四五分又三分之八爲三商乘法式應減三商實其首位三率乘五率二三四五分又三分之八

減盡其三率乘七率原實分母係自二至七分又三分乘法式係二三四五分又二三分又三分應以二三四五除之四五六七乘之以同其母其三率乘九率原實分母係自二至九分又三分又五分乘法式係二三四五分又二三四五分又三分應以二三四五除之六七八九乘之又五乘之其三率乘十一率原實分母係自二至十一分又三分又五分乘法式係自二至七分又二三四五分又三分應以二三四五除之八九十十一乘之又五乘之通計乘除得如第九層三率乘七率自二至七分又三分之五十六少三率乘九率自二至

九分又三分又五分之一千〇〇八多三率乘十一率自二至十一分又三分又五分之二千六百四十爲三商同母式以減三商實其減餘如第十層少三率乘七率自二至七分又三分之三十二少三率乘九率自二至九分又三分又五分之七百六十八少三率乘十一率自二至十一分又三分又五分之二千二百四十爲四商實

置四商實首位少三率乘七率自二至七分又三分之三十二以除法首位三率一約之得七率自二至七分又三分之三十二即爲四商以乘除法所得如第十一層少三率乘七率自二至七分又

 粵雅堂叢書

	三乘十一率	二乘九率	二乘七率
十層	二三四五六七八九十十一 三五	二三四五六七八九 三五	二三四五六七 三
十一層	二三四五 二三四五六七 三	二三 二三四五六七 三	二三四五六七 三
十二層	二三四五六七除 六七八九十十一乘 五乘	二三四五六七除 四五六七八九乘 五乘	〇
十三層			

三分之三十二多三率乘九率二三分又自二至七分又三分之三十一少三率乘十一率二三四五分又自二至七分又三分之三十二為四商乘法式應減四商實其首位三率乘七率自二至七分又三分之三十二減盡其三率乘九率原實分母係自二至九分又三分又五分乘法式係二三分又自二至七分又三分應以自二至七除之自四至九乘之又

五乘之以同其母而三率乘十一率原實分母係
自二至十一分又三分又五分乘法式係二三四
五分又自二至七分又三分應以自二至七除之
自六至十一乘之又五乘之通計乘除得如第十
二層三率乘九率自二至九分又三分又五分之
一千九百二十少三率乘十一率自二至十一分
又三分又五分之五萬〇五百六十以減四商實
其減餘如第十三層少三率乘九率自二至九分
又三分又五分之一千一百五十二多三率乘十
一率自二至十一分又三分又五分之八千三百
二十為五商實

置五商實首位少三率乘九率自二至九分又三分又五分之一千一百五十二以除法首位三率一約之得少九率自二至九分又三分又五分之一千一百五十二即為五商以乘除法所得如第十四層少三率乘九率自二至九分又三分又五分之一千一百五十二多三率乘十一率二三分又自二至九分又三分又五分之一千一百五十二為五商乘法式應減五商實其首位少三率乘九率自二至九分又三分又五分之一千

一率 乘十一率
二 三 四 五 六 七 八 九 十 十一
三 五

二 三
二 三 四 五 六 七 八 九
三 五

二 三 四 五 六 七 八 九 除
四 五 六 七 八 九 十 十一 乘

一率 乘九率
二 三 四 五 六 七 八 九
三 五
三層

二 三 四 五 六 七 八 九
三 五
四層

○
五層
六層

一百五十二減盡其三率乘十一率原實分母
自二至十一分又三分又五分乘法式係二三分
又自二至九分又三分又五分應以自二至九除
之自四至十一乘之以同其母計乘除得如第十
五層三率乘十一率自二至十一分又三分又五
分之二萬一千一百二十以減五商實所得如第
十六層少三率乘十一率自二至十一分又三分
又五分之一萬二千八百爲六商實
置六商實以除法首位三率一約之得少十一率
自二至十一分又三分又五分之一萬二千八百
即爲六商以乘除法所得如第十七層少三率乘

十二乘率 十一率
二三四五六七八九十十一
三 五
四除七層
二三四五六七八九十十一
三 五
七層四除○

十一率
二三四五六七八九十十一
三 五
四除六層
六商

九率
二三四五六七八九
三 五
四除
五商

七

十一率自二至十一分又三分又五分之一萬二千八百以減六商實却盡通計求得餘弧求切緜各率分數爲一率一少三率二三分之二少五率二三四五分又三分之八少七率自二至七分又三分之三十二少九率自二至九分又三分又五分之一千一百五十二少十一率自二至十一分又三分又五分之一萬二千八百也細𧦧餘弧求切線各率分數其分母較正弦率分惟多間位奇數是其逐率除法與求正弦同而自五率以後間位加一奇數除矣于

六五四
一率 三率 五率 七率
二 二 二 三 四 五 二 三 四 五 六
初商 次商 三商 四商

是審其各率分子遞減之由來乃由前圖去繁就簡爲第二圖其初商實三率分子爲三同母式爲一相減得一即第一數根初商實五率分子爲三乘五同母式爲三乘一相減爲三乘四是以第一數根三乘之又四乘二除即第二數根也其七率分子爲三乘七與三乘一相減爲三乘六是以第二數根六乘四除即第三數根也其九率分子爲十五乘九與十五乘一相減爲十五乘八是以第三數根五乘之又八乘六除即第四數根也十一率分子爲十五乘十一與十五乘一相減爲十五乘十是以第四數

母式分子 減餘數

母式分子 減餘數

母式分子 減餘數

母式分子 減餘數

母式分子 減餘數

根十乘八除即第五數根也而第一數根即爲三率分子其初減數則皆根於三率分子之二五率初減用二三除四五乘又三乘七率初減二三除六七乘又三乘以較五率初減其二三除及又三乘並同惟多六七乘少四五乘是以五率初減四五除之六

初同根
初商數

次商同　初減數

三商同　次減數

四商同　三減數

五商同　四減數

七乘之卽七率初減也其九率初減二三除八九乘又三乘又五乘以較七率初減其除法并又三乘並同惟多八九乘又五乘又六七乘是以七率初減六七除之八九乘之又五乘之卽九率初減也其十一率初減二三除十與十一乘又三乘五乘以較九率初減其除法及三乘五乘並同惟多十與十一乘少八九乘是以九率初減八九除之十與十一乘之卽十一率初減也而第一減餘卽爲五率分子其次減數皆根于五率分子之八七率次減二三四五除

四五六七乘而四五乘除可相抵是二三除六七
乘也其九率次減二三四五除六七八九乘又五
乘以較七率次減其除法同惟多八九乘又三乘
少四五乘是以七率次減四五除之八九乘之又
五乘之即九率次減也十一率次減二三四五除
八九十十一乘又五乘以較九率次減其除法及
五乘並同惟多十與十一乘少六七乘是以九率
次減六七除之十與十一乘之即十一率次減也
而第一減餘即七率分子其三減數皆根于七率
分子之三十二九率三減自二至七除自四至九
乘又五乘而四五六七乘除可相抵是二三除八

九乘又五乘也十一率三減自二至七除自六至
十一乘又五乘以較九率三減其除法及五乘並
同推多十與十一乘少四五乘是以九率三減四
五除之十與十一乘之即十一率三減也而第一
減餘即九率分子其四減數皆根于九率分子之
一千一百五十二十一率四減自二至九除自四
至十一乘而自四至九乘除可相抵是二三除十
與十一乘也而減餘一萬二千八百為十一率分
子復由前圖為第三圖第一層初商減餘數即數
根起于二加二除四乘又三乘為第二數根再加
四除六乘為第三數根再加六除八乘又五乘為

除八乘十
[illegible]○
除八九乘十十一
[illegible]○
[illegible]○
除六七乘十十一
[illegible]○
[illegible]○
除四五乘十十一
[illegible]○
[illegible]○
除二三乘十十一
[illegible]○
[illegible]○

除六八乘五乘
[illegible]○
除六七八九乘五乘
[illegible]○
[illegible]○
除四五八九乘五乘
[illegible]○
[illegible]
除二三八九乘五乘
[illegible]○
[illegible]

除四六乘
[illegible]
除四五六七乘
[illegible]
[illegible]
除二三六七乘
[illegible]
[illegible]

除二四乘三乘
[illegible]
除二三四五乘三乘
[illegible]○
[illegible]

第四數根再加八
除十乘爲第五數
根通計其乘除爲
相連兩耦數一除
一乘又間位加一
奇數乘其首位減
餘二爲三率分子卽第一乘法第二層初減數以
三率分子爲實二三除四五乘又三乘爲第一初
減再加四五除六七乘爲第二初減再加六七除
八九乘又五乘爲第三初減再加八九除十與十
一乘爲第四初減通計其除法則自二三而遞加

其乘法則自四五而遞加而亦間位加一奇數乘第三層爲減餘首位五率分子八即第二乘法第四層次減數以五率分子爲實二三除六七乘爲第一次減再加四五除八九乘又五乘爲第二次減再加六七除十與十一乘爲第三次減通計其除法亦自二三而遞加其乘法則自六七而遞加而亦間位加一奇數乘第五層爲減餘首位七率分子三十二即第三乘法第六層三減數以七率分子爲實二三除八九乘又五乘爲第一二三減再加四五除十與十一乘爲第二三減通計其除法亦自二三而遞加其乘法則自八九而遞加而間

位亦加一奇數乘第七層爲減餘首位九率分子一千一百五十二即第四乘法第八層爲四減數以九率分子爲實二三除十與十一乘爲第一四減計其除法亦起二三而乘法則起十與十一雖圖止十一率而遞加之例已可類推也而第九層減餘十一率分子一萬二千八百即第五乘法細按數根及初減次減三減四減其迭次乘除與間位乘法之例橫豎視之皆秩然而不紊則自十一率以前已然而自十一率以後必皆然惟逐率自爲分子與本弧求切線同故亦先求用數此餘弧求切線立術之由也

弧背求切線算式

凡連比例術之所慮者位不降也位不降則雖有其術而不適於用弧背求弦矢術分母逐率加大而分子均為單一故其降位甚易若弧背求切線則分母逐率加大而分子亦逐率加大故其降位較難苟專恃一術必不能徧求各切線惟本弧求切線餘弧求切線兩術並用而後一象限內之切綫可以徧求然兩術之中又有降位難易之不同餘弧求切線有間位奇數分母故分母大於本弧求切線而分子轉小於本弧求切線是以餘弧求切線其降位較易於本弧求切線茲將九十度內分為兩限其自十秒至三

十度則用本弧求切線法求之自三十度至八十九度五十九分五十九秒則用餘弧求切線法求之庶極多不過十數而降位無難矣

弧線表

設全徑二百億　半徑一百億

弧	線
一秒	四八四八一三六八一一〇九五三五九九三六
二秒	九六九六二七三六二二一九〇七一九八七二
三秒	一四五四四一〇四三三二八六〇七九八
四秒	一九三九二五四七二四四三八一四三九七
五秒	二四二四〇六八四〇五五四七六七九九七
六秒	二九〇八八八二〇八六六五七二一五九六
七秒	三三九三六九五七六七七六六七五一九六
八秒	三八七八五〇九四四八八七六二八七九五
九秒	四三六三三二三一二九九八五八二三九四

一十秒	四八四八一三六八一一〇九五三五九九四
二十秒	九六九六二七三六二二一九〇七一九八七
三十秒	一四五四四四一〇四三三二八六〇八〇
四十秒	一九三九二五四七二四四三八一四四〇
五十秒	二四三四〇六八四〇五三四七六八〇〇
一分	二九〇八八八一〇八六六五七二一六〇
二分	五八一七七六四一七三一四四三一九
三分	八七三六六四六二五九九七一六四七九
四分	一一六三五五二八三四六六二八八六六
五分	一四五四四一〇四三三八六〇八
六分	一七四五三三九二五一九九四三三〇

七分	二〇三六二一七四六〇六六〇〇五一
八分	二三二七一〇五六六九三二五七七三
九分	二六一七九九三八七七九九一四九四
一十分	二九〇八八八二〇八六六五七二一六
二十分	五八一七七六四一七三三一四四三
三十分	八七二六六四六二五九九七一六四八
四十分	一一六三五五二八三四六六二八九
五十分	一四五四四一〇四三三二八六一
一度	一七四五三二九二五一九九四三三
二度	三四九〇六五八五〇三九八八六六
三度	五二三五九八七七五五九八二九九

度	數
四度	六九八一三一七〇〇七九七三
五度	八七二六四六二五九九七一六五
六度	一〇四七一九七五五一一九六六
七度	一二二一七三〇四七六三二九六〇
八度	一三九六二六三四〇一五九五五
九度	一五七〇七九六三三六七九四九
一十度	一七四五三三九二五一九九四三
二十度	三四九〇六五八五〇三九八八六
三十度	五二三五九八七七五五九八二九
四十度	六九八一三一七〇〇七九七三
五十度	八七二六四六二五九九七一六

六十度	一〇四七一九七五五二一九七
七十度	一二二一七三〇四七六三九六
八十度	一二九六二六三四〇一五九五
象限	一五七〇七九六三二六七九四八九六六一九二三二三三
半周	三一四一五九二六五三五八九七九三二三八四六二六四三三
全周	六二八三一八五三〇七一七九五八六四七六九二五二八六

凡弧背求切割二線其用小餘與弧背求弦矢不同蓋弦矢二線必小于弧背故小餘位數不必多若切割二線必大于弧背故小餘位數宜多且非特此也如遇餘弧求切割二線則弧分愈小而所求之線必愈大非多用小餘位數則無以求極大

之線矣然小餘位數亦自有定如半徑一百億係十一位自乘得二十一位一秒之弧背係五位于半徑冪內減五位得十六位加小餘二位得十八位可知一秒之切線割線連小餘均係十八位一秒之弧背既止五位自當用小餘十四位自此弧背大一位則減小餘二位挨次遞減自然敷用不至尾數不準又半徑用一百億者據八線對數表也若八線表則半徑僅八位一秒之切割二線連小餘止十五位一秒之弧背止二位應用小餘亦十三四位入算時截位用之可也

本弧求切線各率乘法表

率	乘法	數
四率	第一乘法	二
六率	第二乘法	一六
八率	第三乘法	二七二
十率	第四乘法	七九三六
十二率	第五乘法	三五三七九二
十四率	第六乘法	二二三六八二五六
十六率	第七乘法	一九〇三八〇〇〇〇〇
十八率	第八乘法	二〇九九〇〇〇〇〇〇〇〇
二十率	第九乘法	二九一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

餘弧求切線各率乘法表

率	乘法	數
三率	第一乘法	二
五率	第二乘法	六八
七率	第三乘法	三
九率	第四乘法	二五三
十一率	第五乘法	一二八〇〇
十三率	第六乘法	一四二五二六
十五率	第七乘法	三〇一〇五六〇〇
十七率	第八乘法	七四六六九〇〇〇〇〇
十九率	第九乘法	一二五八八〇〇〇〇〇〇〇〇

凡求遞次乘法本無窮盡而求至第九而止者緣本弧求切線止求至三十度以內餘弧求切線止求至三十度以外則有第九乘法而已數用不必多求也然此但指半徑八位而言若八線對數表半徑用十一位則乘法亦須增求又本弧求切線第七乘法係一九〇三七五七三一二第八乘法係二〇九八六五三四二九七六第九乘法係二九〇八八八五一一二八三二餘弧求切線第八乘法係七四六六八七六九二八第九乘法係二五八七五五六七五六一六以入算時不過截用數位其尾數無所用之故不列入存數但以〇

存其位數以資入算時定位之用而已

凡設度自十秒至三十度則用本弧求切線法求之而降位最難取數最多者莫如求三十度之切線今將設弧背三十度以本弧求切線算式列於後

法檢弧線表得三十度弧分五二三五九八七七六凡小餘旁注為第一數　次以半徑一○○○○○○○○為一率弧分為二率二率自乘一率除之得三率二七四一五五六七八置第一數以三率乘之一率除之得四率二除之三除之得二三九二四五九六二為六率用數以第一乘法二乘之得四七八四

九一九二爲第二數　次置六率用數以三率乘之

一率除之得六率四除之五除之得三二七九五三

一九爲八率用數以第二乘法一六乘之得五二四

七二五一爲第三數　次置八率用數以三率乘之

一率除之得八率六除之七除之得二一四〇七二

〇爲十率用數以第三乘法二七二乘之得五八二

二七六爲第四數　次置十率用數以三率乘之一

率除之得十率八除之九除之得〇八一五一二六

凡小餘離單位尚有空位則以〇存其位數爲十二率用數以第四乘法

七九三六乘之得六四六八八爲第五數　次置十

二率用數以三率乘之一率除之得十二率十除之

十一除之得○○○○○三一五為十四率用數以第五乘法三五三七九二乘之得七一八七為第六數　次置十四率用數以三率乘之一率除之得十四率十二除之十三除之得○○○○○三五七○為十六率用數第六乘法二二三六八二五六乘之得七九九為第七數　次置十六率用數以三率乘之一率除之得十六率十四除之十五除之得○○○○○○○○四六六為十八率用數第七乘法一九○三八○○○○乘之得八九為第八數　次置十八率用數以三率乘之一率除之得十八率十六除之十七除之得○○○○○○○○○

〇四七為二十率用數以第八乘法二〇九九〇〇〇〇〇〇〇〇乘之得一〇為第九數　次置二十率用數以三率乘之一率除之得二十率十八除之十九除之得〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三八以第九乘法二九一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇乘之得〇一為第十數　以諸數相併得五七七三五〇二六九小餘滿五進一算得五七七三五〇三為所求三十度切線

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	五二三五九八七七六
三率	二七四一五五六七八

六率用數	二三九二四五九六二
八	三二七九五三一九
十	二一四〇七二〇
十二	〇八一五一二六
十四	〇〇〇二〇三五

第一數	二	三	四	五	六	七	八	九	十	所諸數
五二三五九八七七六	四七八四九一九二	五二四七二五一	五八二六七六	六四一八八	七七八七	九九	八九	一〇	一	五七七三五〇二六九

凡設度自三十度至八十九度五十九分五十秒則用餘弧求切線法求之而降位最難取數最多者亦莫如求三十度之切線今將設弧背三十度以餘弧求切線算式列於後

法以半徑一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為二率以三十

度減象限得六十度爲餘弧檢弧線表得餘弧弧分
一〇四七一九七五五一爲三率二率自乘三率除
之得一率九五四九二九六五九九爲第一數正　次
置三率弧分二除之三除之得一七四五三二九二
五爲五率用數第一乘法二乘之得三四九〇六五
八五〇爲第二數負　次置三率自乘二率除之得
一〇九六六二二七一一爲四率於是三除五率用
數四率乘之二率除之得五率四除之五除之得三
一八九九四六一六爲七率用數第二乘法八乘之
得二五五一九五六九爲第三數負　次置七率用
數四率乘之二率除之得七率六除之七除之得八

三二八九七〇一為九率用數第三乘法三二乘之得二六六五二七〇為第四數負　五除九率用數四率乘之二率除之得九率八除之九除之得二五三七一四九為十一率用數第四乘法一一五二乘之得二九二二八〇為第五數負　次置十一率用數以四率乘之二率除之得十一率十除之十一除之得〇二五二九三六為十三率用數第五乘法一二八〇〇乘之得三三三七六為第六數負　七除十三率用數四率乘之二率除之得十三率十二除之十三除之得〇〇〇〇二五四〇一為十五率用數第六乘法一四一五一六八乘之得三五九五為

第七數負　次置十五率用數四率乘之二率除之
得十五率十四除之十五除之得○○○○○○一
三二六爲十七率用數第七乘法三○一○五六○
○乘之得三九九爲第八數負　九除十七率用數
四率乘之二率除之得十七率十六除之十七除之
得○○○○○○○○○○五九四爲十九率用數
第八乘法七四六六九○○○○乘之得四四、爲
第九數負　次置十九率用數四率乘之二率除之
得十九率十八除之十九除之得○○○○○○
○○○○○一九第九乘法二五八八○○○○○
○○○乘之得○五爲第十數負　以第二數以下

負數相併得三七七五七九三八八以減第一正數得五七七三五〇二七一小餘滿五進一算得五七七三五〇三為所求三十度切線也

一率 一 九五四九二九六五九
二率 一 〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率 一 〇四七一九七五五一
四率 一 、九六六二二七一一

五率用數 五 七 九 十一 十三 十五 十七 十九

一
七
四三
五一
三八八
二九三
九九三二
二四八五〇〇〇〇〇
五六九三二〇〇〇〇
一七七五〇〇〇〇
六〇一二〇〇〇〇
一四九二〇〇〇
九二五〇〇〇
六四一〇〇
〇三〇〇
一二〇〇
六〇〇
五〇
九、
四一
九

除一數 一 三 四 五 六 七 八 九

九三
五四二
四九五二
九〇五六二
二八一六九三
九五九五二二三
六八五二二二五三
五五六七八七九九四
九〇九二〇六五九四

上一 五

并諸負數	三七七五七九三八八
減正數	五七七三五〇二七一

本弧所求小餘六九 餘弧所求小餘七一 此尾數奇零累積之微差又連比例遞加數凡逐數皆正者得數必稍不足第一數正而以下皆負者得數必稍盈其正負相間者末數遇正數數必稍盈如遇負數數必稍不足此通例也

凡本弧求切線自三十度以下降位漸易至求十秒之切線乃無第二數餘弧求切線自三十度以上亦降位漸易至求八十九度五十九分五十秒之切線乃無第三數

外切密率卷之一

譚瑩玉生覆校